



**CTP Recuperativo**  
**16 de noviembre de 2005**

Nuestro conocido agente PulShuPer, triste por su fracaso como investigador y debido a sus ansias por ayudar a la comunidad, ha decidido dedicarse a la medicina rural. El responsable médico pretende hacer su ronda en las ciudades de la hermosa novena región partiendo desde su pintoresca capital Temuco.

Considere que PulShuPer puede visitar  $N$  ciudades y dispone de un total de  $M$  días para hacerlo con  $M \geq N$  (puede no ocupar todos los días disponibles). Por su experiencia sabe que la ayuda que puede brindar en cada una de las ciudades depende del número de días que pase en cada ciudad, según una función  $g_n[u.a]$ <sup>1</sup>

Se sabe además que no pasar a una ciudad (i.e pasar 0 días) que tiene menos de  $D$  médicos tiene un costo asociado de  $c_n [u.a]$  tal que:

$$c_n = \begin{cases} 0 & \text{Si nº de médicos} \geq D \\ 2 & \text{Si nº de médicos} < D \end{cases}$$

- a) Plantee un modelo de programación dinámica para resolver la planificación de las visitas médicas de PulShuPer maximizando la ayuda total brindada en la hermosa novena región.
- b) Suponga que  $D = 4$ ,  $n = 3$  y  $M = 5$ , y que las funciones de beneficio  $g_n(x_n)$ <sup>2</sup> vienen dadas por:

	$g_1(x_1)$	$g_2(x_2)$	$g_3(x_3)$
$x_n = 0$	0	0	0
$x_n = 1$	1	1	1
$x_n = 2$	2	4	3
$x_n = 3$	3	6	3
$x_n = 4$	4	8	2
$x_n = 5$	5	8	1

Además usted sabe que las ciudades 1 y 2 tienen 6 médicos cada una, en cambio la ciudad 3 tiene solo 2 médicos

A partir de los datos anteriores encuentre la(s) planificación(es) óptima(s) para PulShuPer.

<sup>1</sup> [u.a] : unidades de ayuda.

<sup>2</sup> La forma de leer la tabla es: la ayuda total que brinda en la ciudad 1 dado que se queda 0 días es 0, la ayuda total que brinda en la ciudad 2 dado que se queda 2 días es 1, etc.



**Pauta CTP Recuperativo  
16 de noviembre de 2005**

**a)**

Etapas:

1,...,N ciudades.

Variables de estado:

$S_n$  = número de días disponibles para visitar a la ciudad n

$d_n$  = número de médicos en la ciudad n

Variables decisión:

$X_n$  número de días que pasa en la ciudad n.

Función Beneficio:

$$V_n(S_n, X_n) = g_n(X_n) - c_n(d_n) + V_{n+1}^*(S_{n+1})$$

$$V_n^*(S_n) = \max_{0 \leq X_n \leq S_n} (S_n, X_n)$$

Función Recurrencia:

$$S_{n+1} = S_n - X_n$$

Condiciones de Borde

$$V_{n+1} = 0$$

$$S_1 = M$$

**b)** Iterando desde n=3

$S_n/X_n$	0	1	2	3	4	5	$V_n^*(S_n)$	$X_n^*$
0	-2	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	-2	0
1	-2	1	Inf	Inf	Inf	Inf	1	1
2	-2	1	3	Inf	Inf	Inf	3	2
3	-2	1	3	3	Inf	Inf	3	2 y 3
4	-2	1	3	3	2	Inf	3	2 y 3
5	-2	1	3	3	2	1	3	2 y 3

Para  $n=2$

$S_n/X_n$	0	1	2	3	4	5	$V_n^*(S_n)$	$X_n^*$
0	-2	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	-2	0
1	1	-1	Inf	Inf	Inf	Inf	1	0
2	3	2	2	Inf	Inf	Inf	3	0
3	3	4	5	4	Inf	Inf	5	2
4	3	4	7	7	6	Inf	7	2 y 3
5	3	4	7	9	9	6	9	3 y 4

Para  $n=1$

$S_n/X_n$	0	1	2	3	4	5	$V_n^*(S_n)$	$X_n^*$
5	9	8	8	6	5	3	9	0

Así las rutas óptimas son:

$X_1 X_2 X_3$

0-3-2

0-4-1

con ayuda máxima de 9 [u.a.]